

2018 年全国硕士研究生入学统一考试

数学 (三) 试题

(15) 已知 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(ax+b)e^{\frac{1}{x}} - x] = 2$, 求 a, b

(16) 求 $\iint_D x^2 dx dy$, D 由 $y = \sqrt{3(1-x^2)}$ 与 $y = \sqrt{3}x$, y 轴围成。

(17) 一根绳长 2m, 截成三段, 分别折成圆、正方形、正三角形, 这三段分别为多长时所得的面积总和最小, 并求该最小值。

(18) 已知 $\cos 2x - \frac{1}{(1+x)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$, 求 a_n

(19) 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 > 0$, $x_n e^{x_{n+1}} = e^{x_n} - 1, n = 1, 2, \dots$. 证明: 数列 $\{x_n\}$ 收敛, 并求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

(20) 设实二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 - x_2 + x_3)^2 + (x_2 + x_3)^2 + (x_1 + ax_3)^2$, 其中 a 是参数, 求:

(I) 求 $f(x_1, x_2, x_3) = 0$ 的解

(II) 求 $f(x_1, x_2, x_3)$ 的规范形

(21) 已知 a 是常数, 且矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 7 & -a \end{bmatrix}$ 可经初等变换化为矩阵

$$B = \begin{bmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(I) 求 a

(II) 求满足 $AP = B$ 的可逆矩阵 P

22. 已知随机变量 X, Y 相互独立, 且 $p(X=1) = p(X=-1) = \frac{1}{2}$, Y 服从参数为 λ 的

泊松分布, $Z = XY$

(1) 求 $COV(X, Z)$;

(2) 求 Z 的分布律.

23. 已知总体 X 的密度函数为 $f(x, \sigma) = \frac{1}{2\sigma} e^{-\frac{|x|}{\sigma}}, -\infty < x < +\infty$ X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总

体 X 的简单随机样本, σ 为大于 0 的参数, σ 的最大似然估计量为 $\hat{\sigma}$

(1) 求 $\hat{\sigma}$;

(2) 求 $E\hat{\sigma}, D\hat{\sigma}$;